

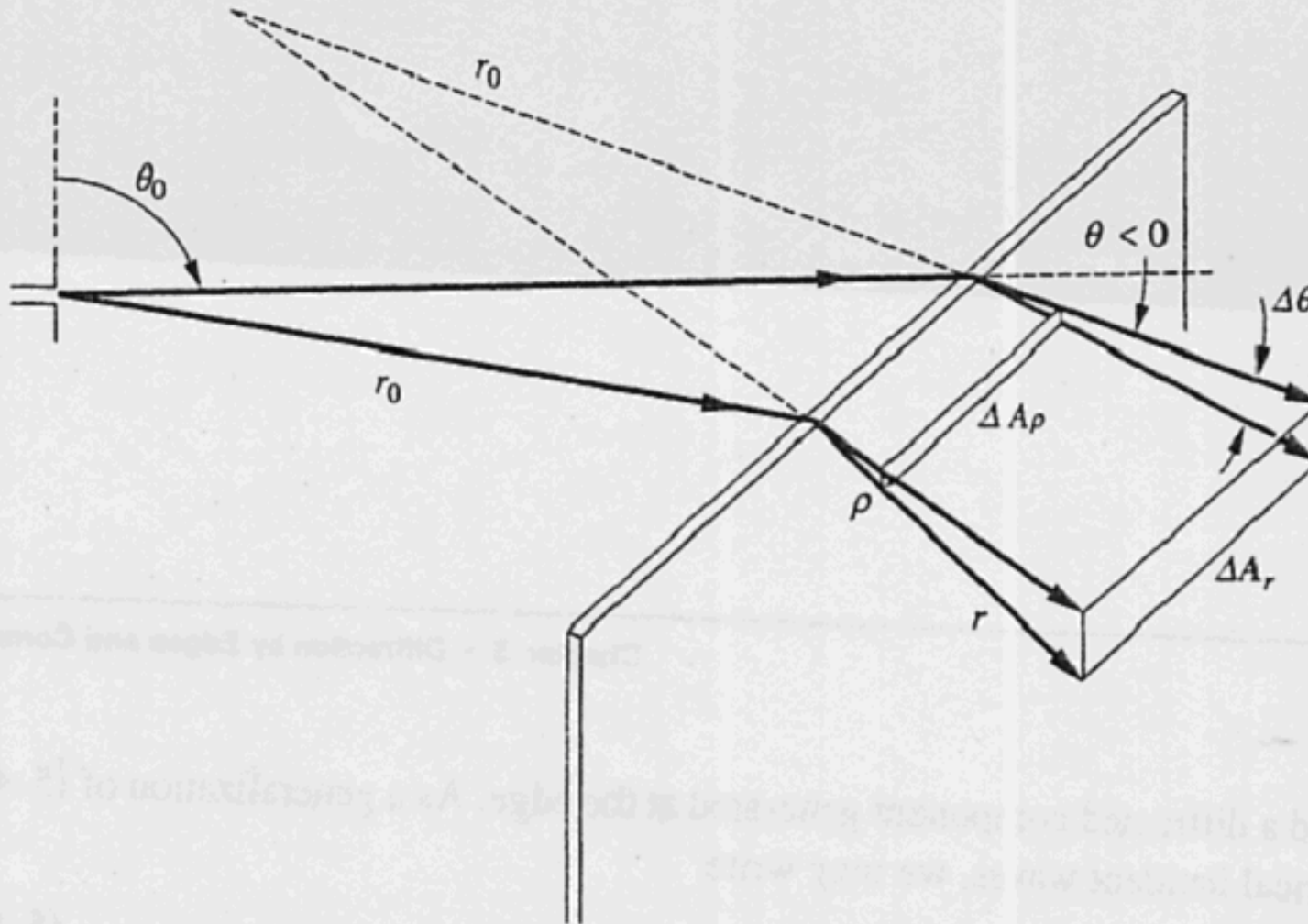
## **Diffrazione di Onde Sferiche**

Le antenne irradiano campi elettromagnetici nella forma di onde sferiche che si propagano in direzione radiale a partire dalla sorgente.

I campi in prossimità di un particolare raggio sono simili ai campi di onda piana, quindi, quando un raggio incontra uno spigolo, esso genera campi diffratti che, vicino allo spigolo, sono simili a quelli generati da una onda piana incidente.

Quando una antenna illumina uno spigolo posto ad una certa distanza dall'antenna, il campo totale sarà la somma di una componente di ottica geometrica (GO), che include l'onda incidente e quella riflessa, e di una componente diffratta generata dallo spigolo.

## Diffrazione di Onde Sferiche



**Figure 5-14** Rays used to describe the diffraction of a spherical wave by an edge.

## Diffrazione di Onde Sferiche

In generale per il campo totale si può scrivere:

$$\underline{E}_{TOT} = \underline{E}_{GO} + \underline{E}_D$$

E questa relazione vale qualunque sia il tipo di onde considerate (sferiche, piane, cilindriche).

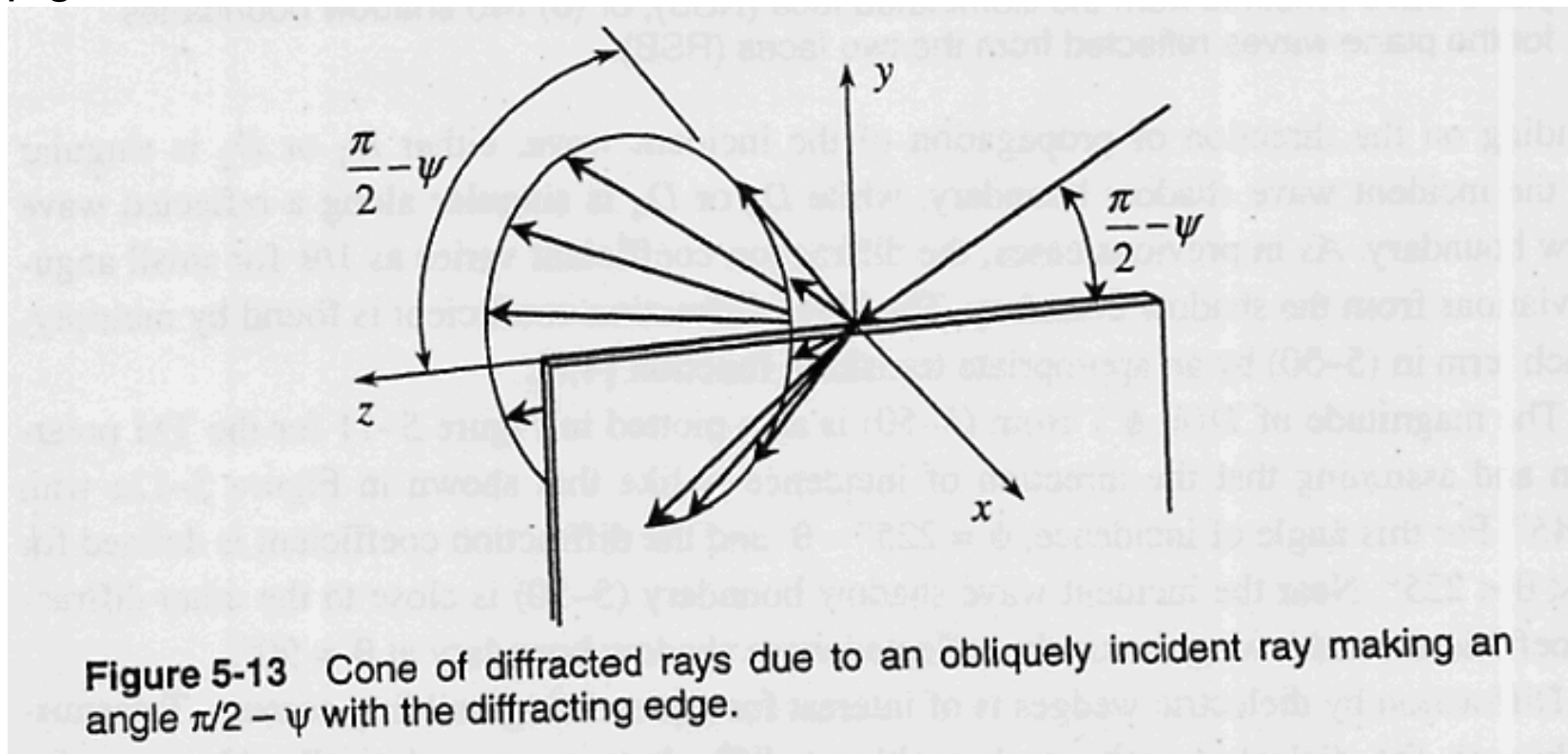
Nella precedente, il campo di ottica geometrica è composto dalla onda sferiche incidente e dall'onda sferica riflessa, che è ancora sferica e può essere ottenuta dalla sorgente immagine, come nel caso di riflessione dal suolo.

Ovviamente è inteso che le varie onde sferiche esistono solamente all'interno delle corrispondenti regioni illuminate.

## Diffrazione per raggi incidenti sullo spigolo con angoli prossimi a $90^\circ$

Il campo diffratto generato da una onda sferica incidente può essere ottenuto considerando due raggi vicini di lunghezza circa uguale  $r_0$  ( $r_0$  è la distanza fra antenna e spigolo) che incidono sullo spigolo.

Ogni raggio genera raggi diffratti che giacciono su coni posti attorno allo spigolo.



## Diffrazione per raggi incidenti sullo spigolo con angoli prossimi a $90^\circ$

In prossimità dello spigolo, dove la distanza radiale  $\rho$  è piccola rispetto ad  $r_0$ , il campo diffratto sarà lo stesso di quello prodotto da una onda piana incidente.

L'ampiezza del fasore del campo dell'onda cilindrica diffratta sarà:

$$E_D(\rho, \vartheta) = \left[ E_0(\vartheta_0, \phi_0) \cdot \frac{e^{-jk \cdot r_0}}{r_0} \right] \cdot \left[ e^{-j\pi/4} D(\vartheta) \cdot \frac{e^{-jk \cdot \rho}}{\sqrt{\rho}} \right]$$

per  $\rho \ll r_0$ .

I termini nella prima parentesi rappresentano il campo incidente sullo spigolo, mentre la seconda parentesi contiene il termine di onda cilindrica che si propaga dallo spigolo.

## **Diffrazione per raggi incidenti sullo spigolo con angoli prossimi a $90^\circ$**

In prossimità dello spigolo, l'onda cilindrica soddisfa la condizione di conservazione della potenza.

Tuttavia, a distanze maggiori dallo spigolo, deve essere considerata la divergenza dei coni di raggi eccitati dai due raggi incidenti affinché la potenza in un tubo di raggi si conservi.

La divergenza può essere tenuta in conto considerando la variazione che subisce la sezione di un piccolo tubo di raggi man mano che esso si propaga allontanandosi dallo spigolo.

Per valutare tale variazione di sezione in maniera semplice, supponiamo che i due raggi incidenti provenienti dall'antenna siano all'incirca perpendicolari allo spigolo, così da poter assumere  $\psi \cong 0$ .

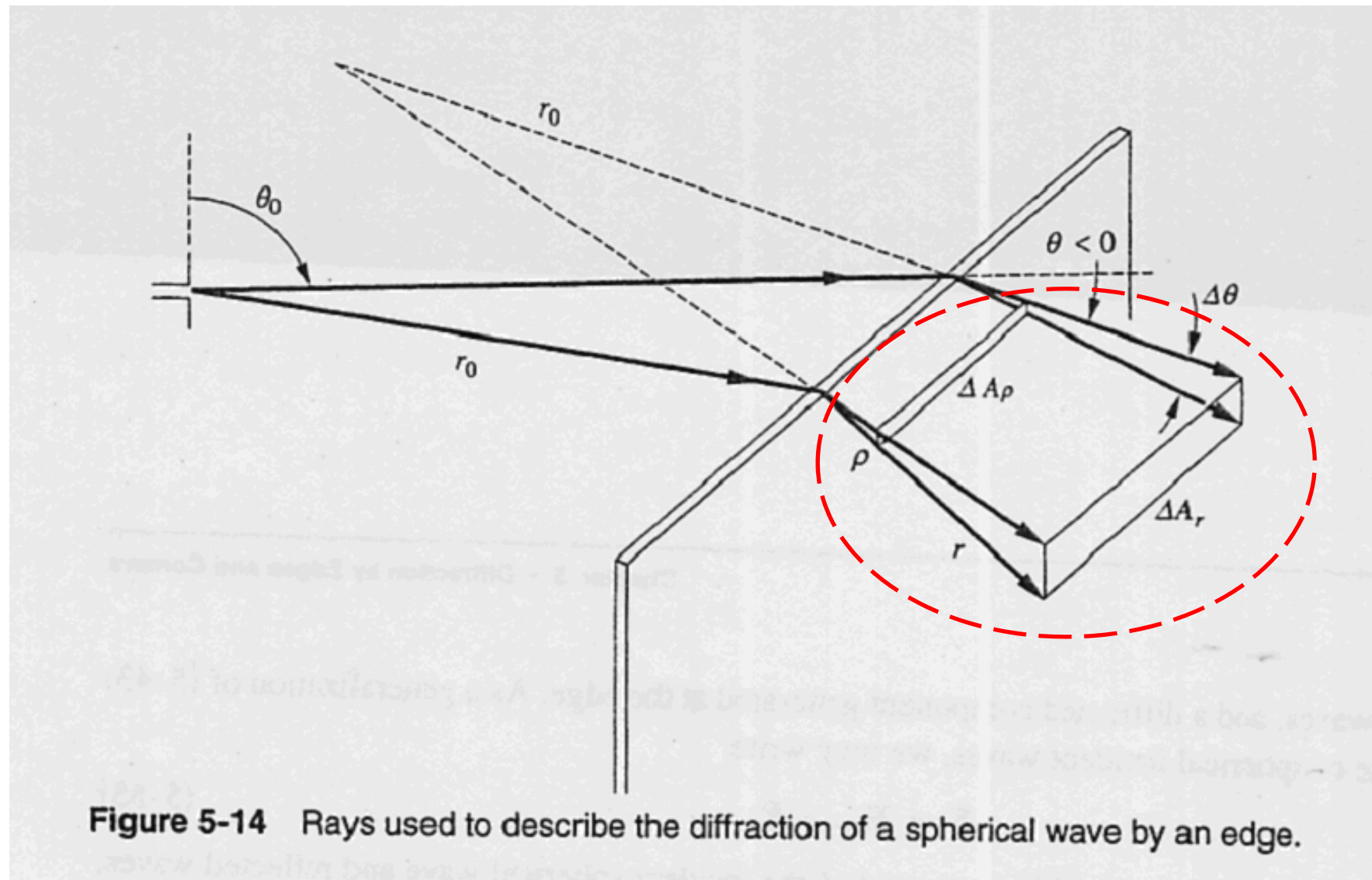
## Diffrazione per raggi incidenti sullo spigolo con angoli prossimi a $90^\circ$

Consideriamo un piccolo tubo di raggi diffratti definito da due raggi diffratti con due angoli di diffrazione leggermente diversi,  $\theta$  e  $\theta + \Delta\theta$ , che saranno associati appunto a due coni di raggi diffratti con angolo interno pari rispettivamente a  $\theta$  e  $\theta + \Delta\theta$ .

I raggi superiori di ogni cono sembrano divergere da un punto posto a distanza  $r_0$  dietro lo spigolo, e così pure la coppia inferiore di raggi.

Quindi la piccola area  $\Delta A_p$  delimitata da questi 4 raggi, a distanza  $r$  dallo spigolo si espanderà divenendo pari a  $\Delta A_r$ .

## Diffrazione per raggi incidenti sullo spigolo con angoli prossimi a $90^\circ$





## Diffrazione per raggi incidenti sullo spigolo con angoli prossimi a 90°

La conservazione della potenza in questo piccolo tubo di raggi richiede che i campi varino inversamente alla radice quadrata dell'area del tubo stesso.

Quindi, propagandosi dalla distanza  $\rho$  dallo spigolo fino alla distanza  $r$  dallo spigolo, il modulo del campo deve essere moltiplicato per il fattore:

$$\sqrt{\frac{\Delta A_\rho}{\Delta A_r}} = \sqrt{\frac{\rho}{r} \cdot \frac{r_0}{r_0 + r}}$$

$\rho/r$ : spreading verticale dei raggi

$r_0/(r_0+r)$ : spreading sul piano parallelo allo spigolo.

## Diffrazione per raggi incidenti sullo spigolo con angoli prossimi a 90°

Tenendo conto anche del cambio di fase aggiuntivo che subisce il campo propagandosi da una distanza  $\rho$  ad una distanza  $r$  dallo spigolo, il campo diffratto è pari a:

$$E_D(r, \mathcal{G}) = E_0(\mathcal{G}_0, \phi_0) \cdot e^{-j\pi/4} \cdot D(\mathcal{G}) \cdot \frac{e^{-jk \cdot (r_0 + r)}}{\sqrt{r_0 r \cdot (r_0 + r)}}$$

Il prodotto  $\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{r}$  a denominatore può essere pensato come dovuto allo spreading dei raggi nel piano verticale man mano che si allontanano dallo spigolo.

La somma  $\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}$  è invece dovuta allo spreading dei raggi nella direzione parallela allo spigolo.

## Diffrazione per raggi incidenti sullo spigolo con angoli prossimi a $90^\circ$

I raggi utilizzati per costruire la espressione del campo diffratto sono detti astigmatici, dato che sembrano divergere da punti differenti nel piano perpendicolare allo spigolo e nel piano parallelo allo spigolo.

In prossimità dello Shadow Boundary, il coefficiente di diffrazione della GTD deve essere moltiplicato dalla funzione di transizione  $F(S)$ .

Tuttavia, l'espressione per  $S$  deve essere modificata per tenere conto della curvatura del fronte di fase dell'onda incidente (che ora non è piana, ma sferica) nel piano perpendicolare allo spigolo.

## Diffrazione per raggi incidenti sullo spigolo con angoli prossimi a $90^\circ$

Il risultato di una analisi matematica rigorosa fornisce la seguente espressione per S:

$$S = 2k \cdot \frac{r_0 r}{r_0 + r} \sin^2(\vartheta / 2)$$

Dato che la funzione di transizione è diversa da **1** solamente nella regione di transizione, dove  $\theta$  è piccolo, si può porre  **$\sin(\theta/2) \cong \theta/2$**  ottenendo la stessa dipendenza da  $\theta$ .

## Diffrazione per raggi obliqui allo spigolo

I campi diffratti generati da raggi incidenti sullo spigolo con un angolo  $\pi/2-\psi$  possono essere ottenuti sostituendo  $\mathbf{k}$  con  $\mathbf{k}*\cos\psi$  nelle espressioni del coefficiente di diffrazione e della funzione di transizione valide per l'incidenza ortogonale.

Per una onda sferica incidente su uno spigolo, il rapporto di aree deve anche esso essere modificato per tenere conto del fatto che le distanze  $r_0$  ed  $r$  sono misurate obliquamente rispetto allo spigolo, mentre  $\rho$  è misurato perpendicolarmente ad esso.

Questa modifica si ottiene moltiplicando  $r_0$  ed  $r$  per  $\cos\psi$ , e tale modifica equivale a dividere il rapporto fra le aree per  $\cos\psi$ .

## **Diffrazione per raggi obliqui allo spigolo**

Per condizioni a contorno di conduttore, la polarizzazione dell'onda incidente deve essere decomposta in due polarizzazioni ortogonali, una col campo elettrico ortogonale allo spigolo e l'altra col campo magnetico ortogonale allo spigolo.

Per diedri o schermi con facce assorbenti, ad entrambe le polarizzazioni dell'onda incidente si applica lo stesso coefficiente di diffrazione.

## Diffrazione per raggi obliqui allo spigolo

Il campo diffratto per incidenza obliqua è espresso dalla:

$$E_D(r, \vartheta) = E_0(\vartheta_0, \phi_0) \cdot e^{-j\pi/4} \cdot \frac{D(\vartheta)}{\cos \psi} \cdot \frac{e^{-jk \cdot (r_0 + r)}}{\sqrt{r_0 r \cdot (r_0 + r)}}$$

Rispetto al caso di incidenza ortogonale si deve solamente tenere conto del termine **cos** $\psi$  in **k** e nel rapporto di aree.

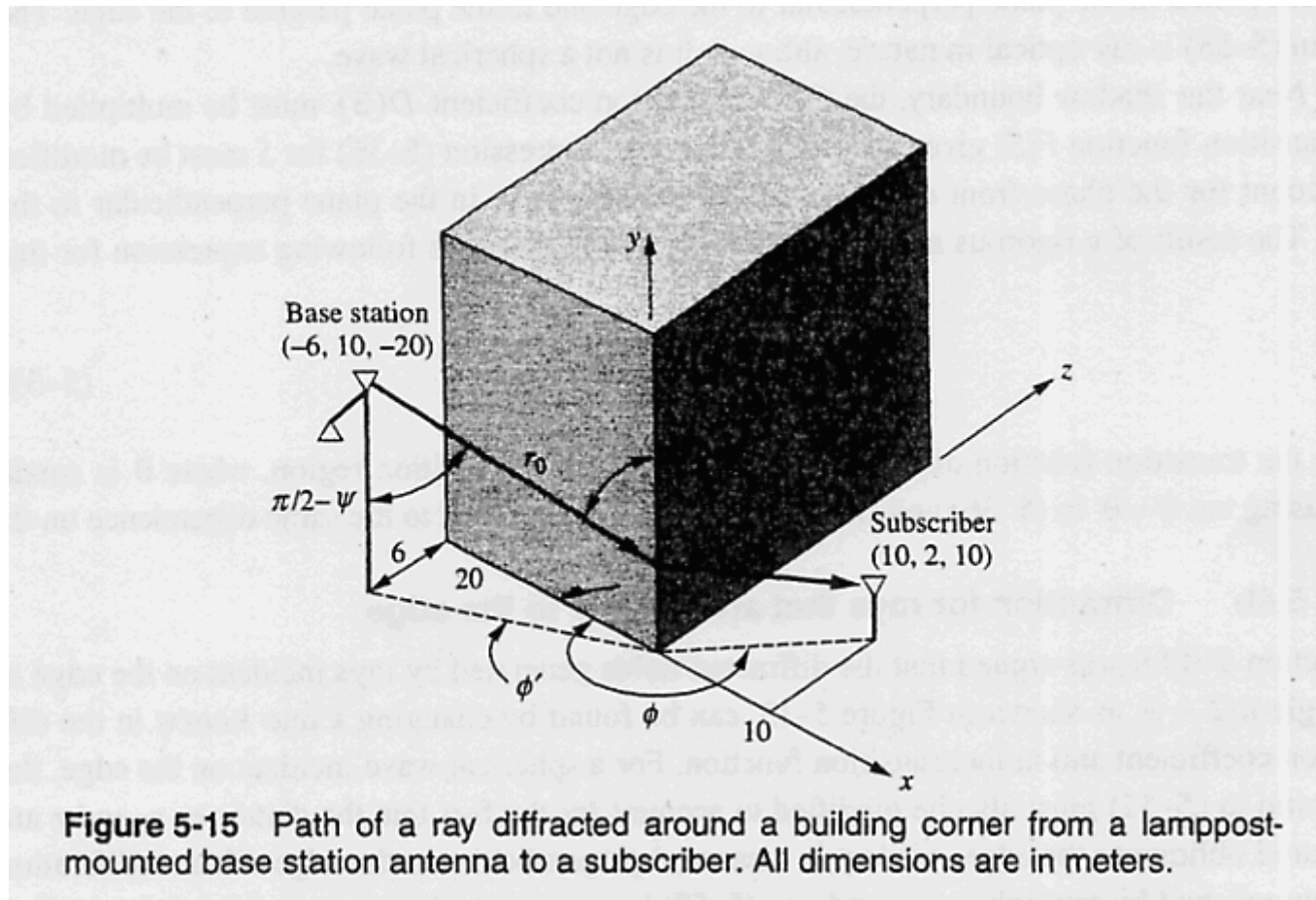
Il coefficiente di diffrazione **D**( $\theta$ ) è dato dalla formula appropriata per incidenza normale ( $\psi = 0$ ).

$r_0$  ed  $r$  sono misurate lungo il cammino dei raggi, ma l'angolo  $\theta$  è ancora misurato in un piano perpendicolare al bordo. I campi diffratti dovuti ad una onda piana incidente possono essere ottenuti dalla precedente semplicemente prendendo  $r_0 \gg r$ , e ponendo:

$$A_0 = E_0(\vartheta_0, \phi_0) \cdot \frac{e^{-jk \cdot r_0}}{r_0}$$

# Diffrazione per raggi obliqui allo spigolo

Esempio di diffrazione di raggi obliqui:



$$f = 1.8 \text{ GHz}$$

$$h_{\text{RBS}} = 10 \text{ m}$$

$$h_m = 2 \text{ m}$$

$$\phi' = \arctan(6/20) = 16.7^\circ$$

$$\phi = 225^\circ$$

$$D(\phi, \phi') = 0.987 / \sqrt{2\pi k} = 0.0641$$

$$\psi = 90^\circ - \arctan(35.02/8) = 12.87^\circ$$

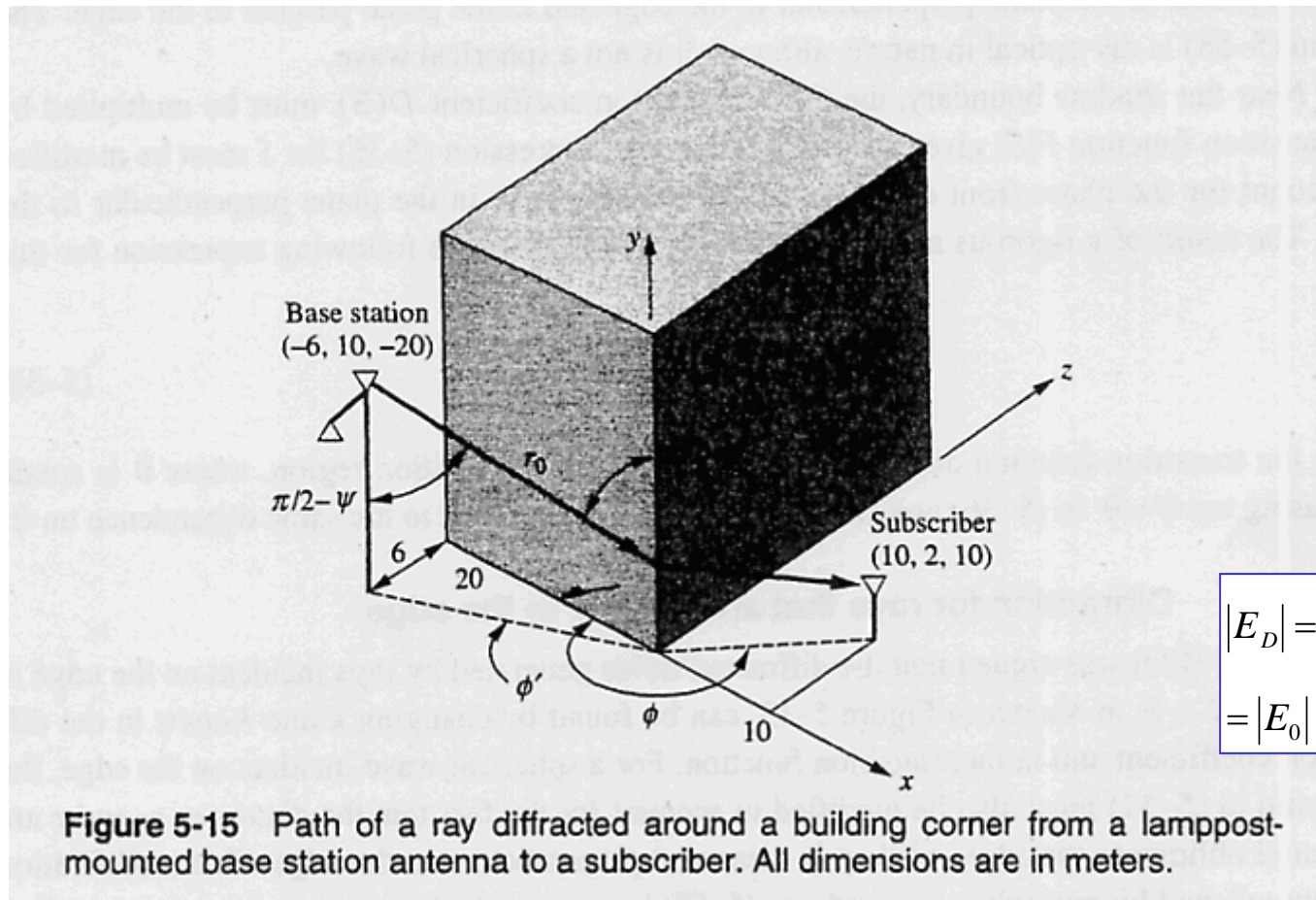
Antenna RBS polarizzata verticalmente  $\rightarrow$  campo magnetico parallelo al suolo e quindi perpendicolare allo spigolo dell'edificio.

L'edificio è un conduttore  $\rightarrow \Gamma_E = -1$



# Diffrazione per raggi obliqui allo spigolo

Esempio di diffrazione di raggi obliqui:



$$r_0 = \sqrt{6^2 + 20^2} / \cos \psi$$

$$= 21.42m$$

$$r = 10\sqrt{2} / \cos \psi = 14.50m$$

Antenna isotropica:  
 $|f(\phi, \phi')|=1|$

$$|E_D| = |E_0| \cdot \frac{0.0641}{0.975\sqrt{21.42 \cdot 14.5 \cdot 35.92}}$$

$$= |E_0| \cdot 6.22 \cdot 10^{-4} V/m$$

L'altezza y del punto di diffrazione sullo spigolo è data da:

$$y = h_2 + 10\sqrt{2} \tan \psi = 5.23m$$

## Diffrazione per raggi obliqui allo spigolo

Si vede dall'esempio fatto che il  **$\cos \psi$**  è prossimo ad **1**, quindi l'obliquità ha solo un piccolo effetto sul campo.

Quando le differenze in altezza fra le antenne sono piccole rispetto alla loro distanza orizzontale, come in questo esempio, la diffrazione dagli edifici può essere approssimata come se avvenisse sul piano orizzontale (ossia per incidenza ortogonale).

Nella regione di transizione il campo deve essere moltiplicato per la funzione di transizione  **$F(\mathbf{S})$** , con  **$\mathbf{S}$**  data dalla relazione:

$$S = 2k \cdot \cos^2 \psi \cdot \frac{r_0 r}{r_0 + r} \sin^2 (\mathcal{G} / 2)$$

## Diffrazione per raggi obliqui allo spigolo

La larghezza della regione di transizione è data dalla condizione:

$$\mathbf{S}=\pi$$

Quando l'angolo  $\psi$  tende a **90°**, nella espressione di **S** il **cos $\psi$**  decresce a zero, e ciò richiede valori maggiori di  $\theta$  per raggiungere la condizione **S=π**.

Come condizione limite, se il raggio incidente arriva a sfiorare di striscio lo spigolo (**glancing incidence**), le espressioni fornite dalla **UTD** per il campo diffratto devono essere usate per tutti gli angoli  $\theta$  (in altri termini, la regione di transizione occuperebbe **TUTTO LO SPAZIO**)

## Path Gain per applicazioni wireless

Nelle regioni di spazio illuminate dai campi di ottica geometrica, i campi diffratti assumono valori significativi solamente in prossimità dello Shadow Boundary.

Esattamente in corrispondenza dello Shadow Boundary il campo diffratto si sottrae al campo di ottica geometrica, ed il campo totale è la metà del campo di ottica geometrica.

Trascurare il campo diffratto sullo Shadow Boundary causa pertanto un errore di **6 dB**.

Tuttavia, nella regione illuminata fuori dalla regione di transizione, trascurare i campi diffratti provoca solo un piccolo errore nel calcolo dell'attenuazione di tratta (**path loss**).

## Path Gain per applicazioni wireless

Nelle regioni in ombra, invece, il campo diffratto fornisce l'unico contributo al campo totale, e il guadagno di tratta (**path gain**), che è il rapporto fra la potenza ricevuta e quella trasmessa, può essere calcolato (per antenne isotropiche, per le quali  $|\mathbf{f}(\theta_0, \varphi_0)|=1$ ):

$$PG = \left( \frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 \cdot \frac{|D(\mathcal{G})|^2}{\cos^2 \psi} \cdot \frac{1}{r_0 r \cdot (r_0 + r)}$$

Il termine  $\lambda^2$  rappresenta la dipendenza dalla frequenza dell'antenna isotropica ricevente.

Il path gain ha una ulteriore dipendenza dalla frequenza dato che  $|\mathbf{D}(\theta)|^2$  è proporzionale a  $\lambda$ .

## Path Gain per applicazioni wireless

Nell'esempio precedente,  $\lambda=1/6\text{m}$ , e per un utente con antenna isotropica il path gain è  $(6.22 \cdot 10^{-4})^2 / (24\pi)^2 = -101.7\text{dB}$

Per avere una idea dell'effetto della diffrazione sul path gain, detto  $\mathbf{PG}_0$  il path gain fra antenne isotropiche separate dalla stessa distanza totale  $\mathbf{r_0+r}$  in spazio libero (senza quindi effetti di diffrazione), l'effetto della diffrazione con incidenza secondo un angolo  $\theta$  è data dalla:

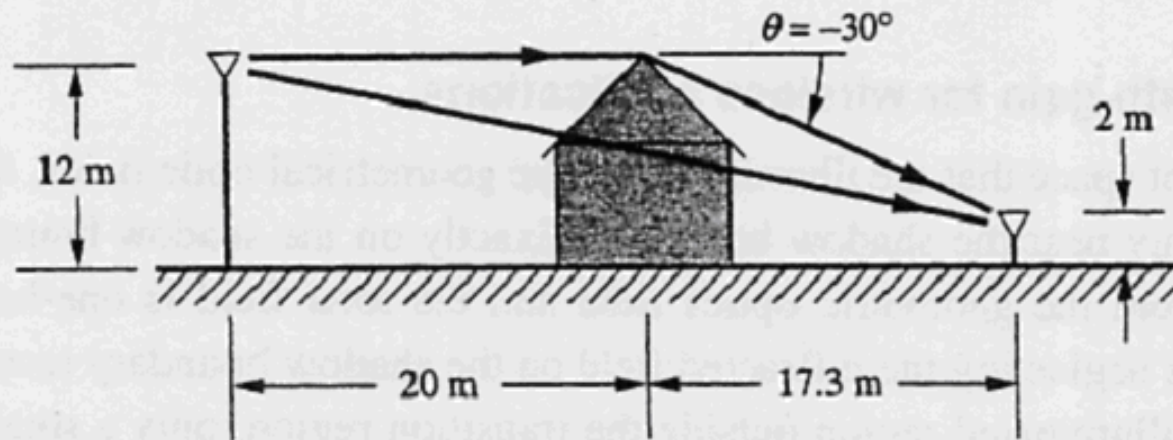
$$\frac{PG}{PG_0} = \frac{\left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 \cdot \frac{|D(\mathcal{G})|^2}{\cos^2 \psi} \cdot \frac{1}{r_0 r \cdot (r_0 + r)}}{\left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{(r_0 + r)^2}} = \frac{|D(\mathcal{G})|^2}{\cos^2 \psi} \cdot \frac{r_0 + r}{r_0 r}$$

## Path Gain per applicazioni wireless

### Esempio:

Segnale, trasmesso alla frequenza di **900 MHz** da una RBS posta alla stessa altezza di un edificio posto in prossimità della RBS, viene diffratto dall'edificio. Angolo di diffrazione verso il mobile ricevente:  $\theta = -30^\circ$ . Si suppone  $\psi=0$  (incidenza ortogonale) e  $r_0=r$ . Si ottiene:

$$\frac{PG}{PG_0} = \frac{|D(\mathcal{G})|^2}{\cos^2 \psi} \cdot \frac{r_0 + r}{r_0 r} = -25.8dB$$



**Figure 5-16** Communication paths between a base station and a mobile in the presence of a three-story townhouse.

## **Path Gain per applicazioni wireless**

### **Esempio:**

Il path loss dovuto alla sola diffrazione (che si deve aggiungere al path loss di spazio libero) è 25.8 dB.

Questo è paragonabile all'attenuazione che subisce il raggio diretto fra RBS e mobile quando attraversa le pareti dell'edificio se i muri esterni sono di mattoni.

Per antenne poste a bassa quota in mezzo ad edifici alti, i segnali si propagano in basso verso le strade ed attorno ai lati degli edifici.

Mentre le riflessioni aiutano i segnali a girare attorno agli angoli (incroci fra strade) ed a raggiungere le strade perpendicolari al loro cammino, la diffrazione è il principale meccanismo per illuminare dall'alto verso il basso le strade (propagazione dai tetti degli edifici verso le strade in basso) ed è causa di attenuazioni elevate.



## **Diffrazione da spigoli multipli**

Se il campo diffratto generato da uno spigolo incide su un secondo spigolo, esso produrrà a sua volta campi diffratti che possono essere ottenuti ripetendo l'approccio che fa uso della teoria dei raggi espresso in precedenza.

Dato che il campo diffratto è stato costruito utilizzando ipotesi su raggi che sono valide fuori dalla regione di transizione attorno allo Shadow Boundary, utilizzare la teoria di ottica geometrica a cascata per ottenere la diffrazione da spigoli multipli è accettabile solamente quando gli spigoli successivi a quello considerato giacciono fuori dalla regione di transizione di tale spigolo.

Quando tale condizione non è soddisfatta è necessario considerare effetti aggiuntivi di diffrazione.

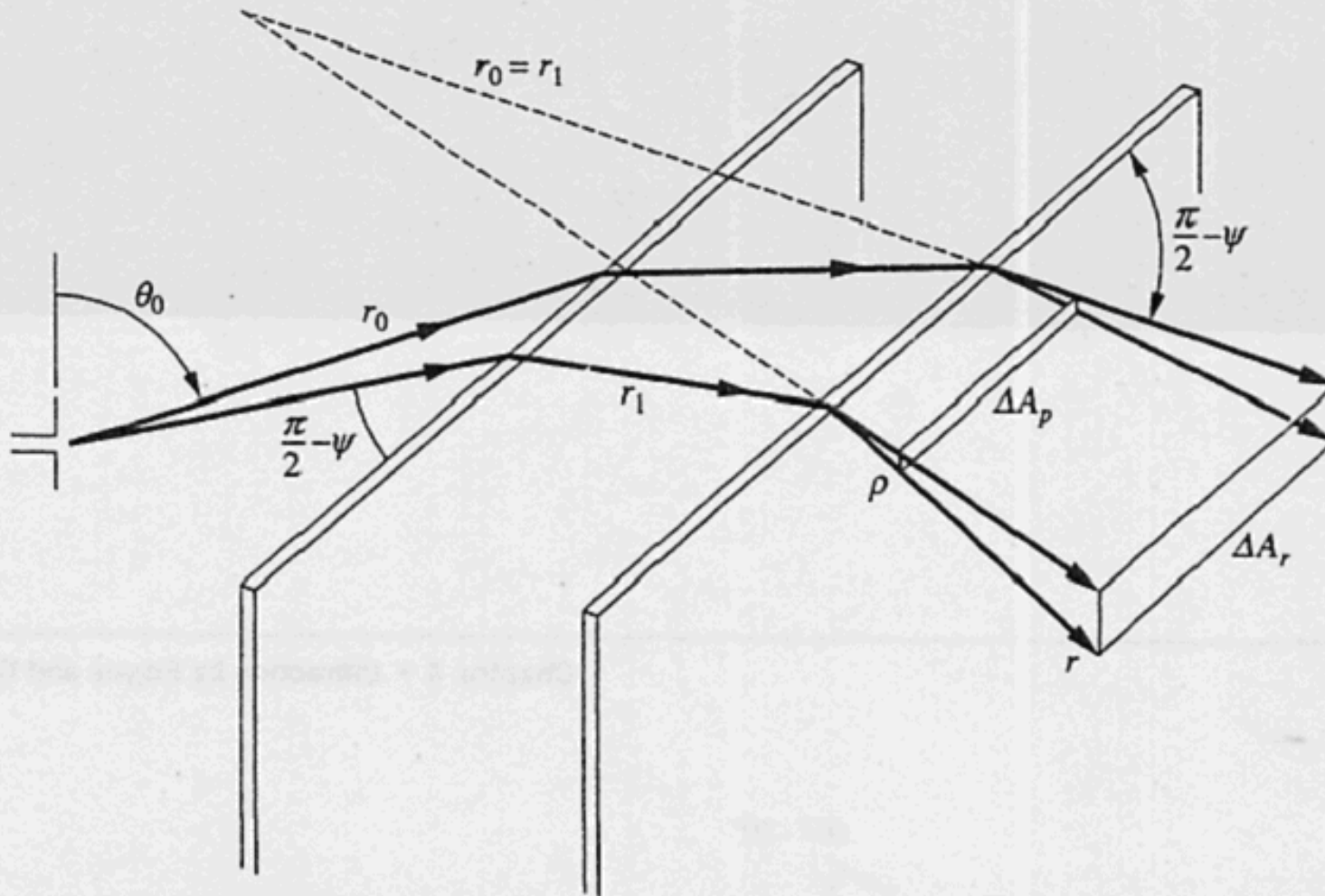
## **Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli paralleli**

La diffrazione da due spigoli paralleli rappresenta la situazione di un'onda che viaggia sul tetto di un edificio o attorno ai lati di un edificio.

Per evitare le complicazioni associate alla polarizzazione dei campi diffratti dal primo spigolo che incontrano il secondo spigolo, supporremo che i diedri o gli schermi abbiano facce assorbenti, nel qual caso si potrà utilizzare lo stesso coefficiente di diffrazione per tutte le componenti del campo.

Consideriamo una onda sferica diffratta da due spigoli paralleli con raggi che formano un angolo pari a  $\pi/2 - \psi$  con gli spigoli.

## Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli paralleli



**Figure 5-17** Rays used to describe the double diffraction of a spherical wave by two parallel edges.

## Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli paralleli

Il campo incidente  $\mathbf{E}_{in}$  sul secondo spigolo si propaga con lo stesso angolo  $\pi/2 - \psi$  fino al secondo spigolo.

In prossimità del secondo spigolo dove la distanza radiale  $\rho$  è piccola se paragonata ad  $\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1$ , i campi sono simili a quelli di una onda cilindrica e sono dati da:

$$E_D(\rho, \vartheta) = E^{inc} \cdot e^{-j\pi/4} \cdot \frac{D_2(\vartheta)}{\cos \psi} \cdot \frac{e^{-jk \cdot \rho \cos \psi}}{\sqrt{\rho}}$$

$D_2(\theta)$  è il coefficiente di diffrazione del secondo spigolo.

Il fattore  $\cos \psi$  deriva dal fatto che il raggio incide obliquamente rispetto al secondo spigolo, e quindi il numero d'onda trasverso al bordo è  $\mathbf{k} \cdot \cos \psi$ .

L'angolo di diffrazione  $\theta$  è misurato in un piano perpendicolare allo spigolo.

## Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli paralleli

Nella propagazione lungo il raggio diffratto, la variazione di fase è sostituita da  $e^{-jk\rho}$ , che include la variazione di fase dovuta sia alla componente dello spostamento radiale dallo spigolo e sia alla componente parallela allo spigolo.

Nella propagazione dei campi che si allontanano dallo spigolo, la potenza in un tubo di raggi è diffusa su una ampia area. Affinché la potenza si conservi, il campo deve essere moltiplicato per la radice quadrata del rapporto fra le aree  $\Delta A_\rho / \Delta A_r$ .

Nel piano verticale i raggi divergenti arrivano dallo spigolo, mentre nel piano parallelo allo spigolo i raggi divergenti sembrano provenire da un punto posto dietro lo spigolo a distanza  $r_0 + r_1$  dallo spigolo. Quindi il rapporto fra le aree è pari a:

$$\sqrt{\frac{\Delta A_\rho}{\Delta A_r}} = \sqrt{\frac{\rho}{r \cdot \cos \psi} \cdot \frac{r_0 + r_1}{r_0 + r_1 + r}}$$

La distanza perpendicolare  $r \cdot \cos \psi$  rappresenta lo spreading nel piano verticale

## Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli paralleli

Tenendo conto della variazione di fase lungo il raggio diffratto, il campo diffratto è pari a:

$$E_D(r, \vartheta) = E_0(\vartheta_0, \phi_0) \cdot e^{-j\pi/2} \cdot \frac{D_1(\vartheta_1) \cdot D_2(\vartheta)}{\cos^2 \psi} \cdot \frac{e^{-jk \cdot (r_0 + r_1 + r)}}{\sqrt{r_0 r_1 r \cdot (r_0 + r_1 + r)}}$$

Che rappresenta la soluzione della GTD per i campi diffratti ed è valida fuori dalla regione di transizione.

La regione di transizione si espande al tendere di  $\psi$  verso i  $90^\circ$ , e al limite essa includerà l'intero dominio in  $\theta$  (occupando, in pratica, tutto lo spazio).

Quindi la precedente espressione non può essere usata per valori di  $\psi$  troppo grandi.

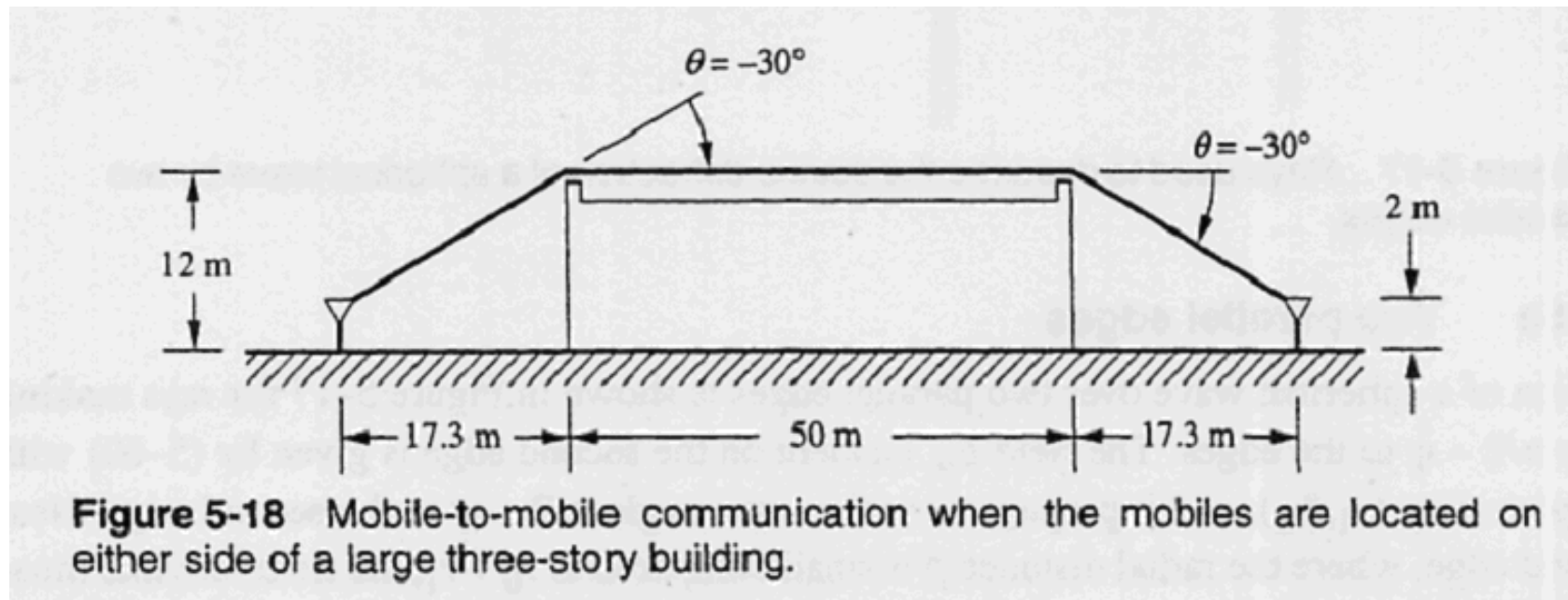
Il procedimento precedentemente esposto può essere ripetuto nel caso di più spigoli, a patto che ogni spigolo giaccia fuori dalla regione di transizione dello spigolo precedente.

## Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli paralleli

Il path gain per una antenna isotropica vale, nel caso di diffrazione da due spigoli paralleli:

$$PG = \left( \frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 \cdot \frac{|D_1(\vartheta_1) \cdot D_2(\vartheta)|^2}{\cos^4 \psi \cdot [r_0 r_1 r \cdot (r_0 + r_1 + r)]}$$

Come **esempio** di diffrazione doppia si consideri il caso in cui un largo edificio è interposto alla comunicazione fra due terminali mobili.



## Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli paralleli

### Esempio:

Si suppone  $\psi=0$  (incidenza ortogonale), e gli angoli di diffrazione in questo caso sono  $\theta_1=\theta=-30^\circ$ , mentre i cammini sono  $r_0=r=20\text{m}$  e  $r_1=50\text{m}$ .

L'attenuazione di tratta (path loss) a **900 MHz** che si ricava è **55 dB** maggiore che se le due antenne fossero poste a **90m** di distanza in spazio libero.

Questo incremento di attenuazione può essere paragonato alla attenuazione che si avrebbe se la propagazione avvenisse attraverso i muri dell'edificio (ossia è uguale a quella che subisce il raggio diretto che collega Tx e Rx e che attraversa i due muri dell'edificio lungo il suo cammino).

Infatti due muri esterni fatti di mattoni o con isolante in alluminio forniscono circa 20 dB di attenuazione.



## Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli paralleli

### Esempio:

Se l'edificio è suddiviso da muri interni spaziati in media **4m** l'uno dall'altro, e se supponiamo che ogni parete interna causi circa **3 dB** di attenuazione, allora attraverso l'edificio, lungo **50 m**, ci sarebbero in media **11** pareti interne; quindi **11** pareti interne più **2** pareti esterne fornirebbero una attenuazione supplementare di circa  **$11 \cdot 3 + 20 = 53$  dB**, che è appunto paragonabile a quella di **55 dB** ottenuta considerando la diffrazione dai due bordi del tetto dell'edificio.

Sebbene i valori di attenuazione introdotta da una parete siano stati scelti, in qualche modo, arbitrariamente, questo esempio mostra che il percorso di diffrazione sopra o attorno agli edifici può avere lo stesso path loss o anche un path loss inferiore rispetto ad un percorso attraverso gli edifici.

## Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli perpendicolari

Supponiamo che la diffrazione avvenga da uno spigolo orizzontale, come il tetto di un edificio, e successivamente attorno ad uno spigolo verticale di un edificio.

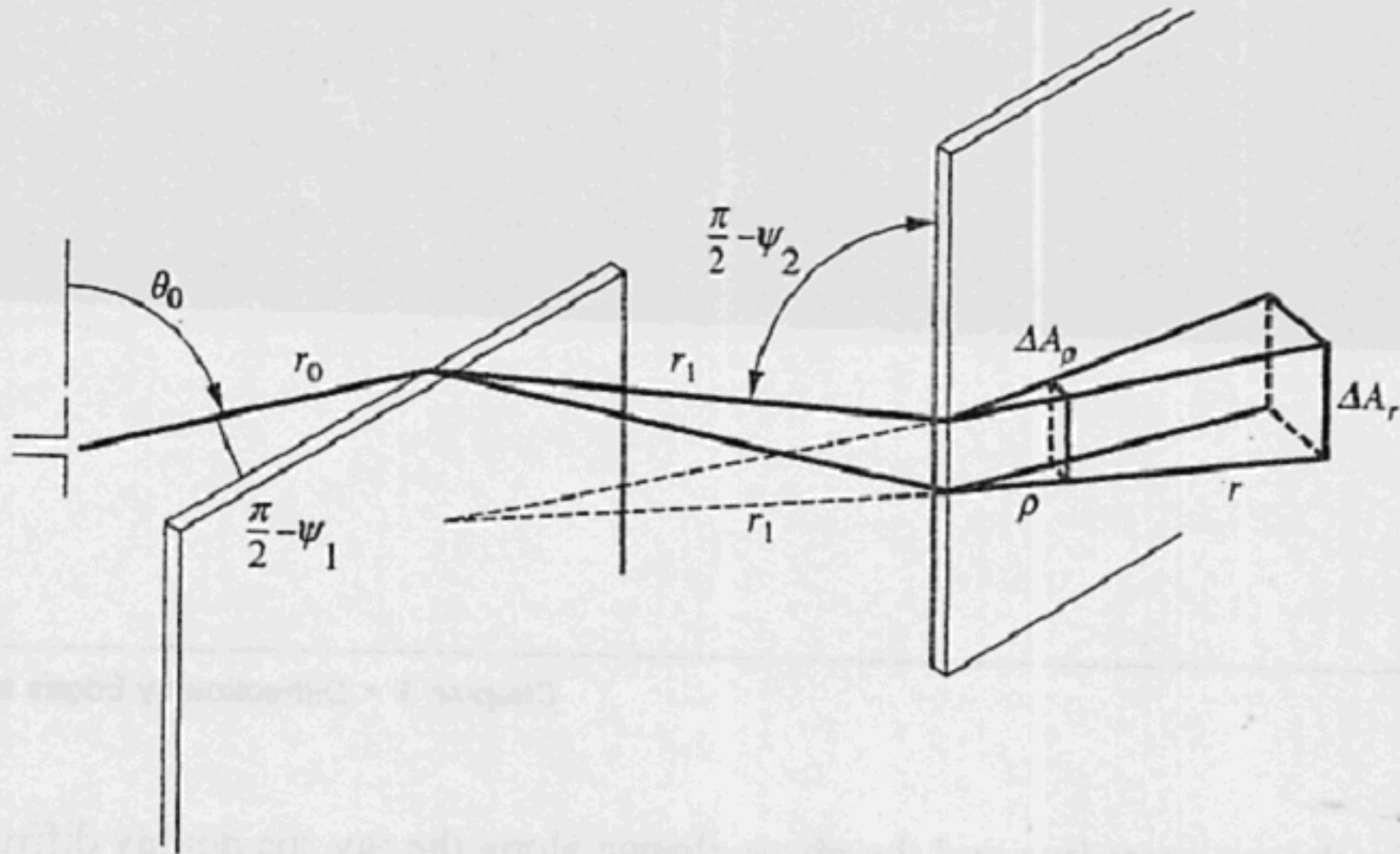
A distanze radiali  $\rho$  dal secondo spigolo che sono piccole se paragonate ad  $r_1$ , i campi diffratti da esso sono cilindrici e dati da:

$$E_D(\rho, \vartheta) = E^{inc} \cdot e^{-j\pi/4} \cdot \frac{D_2(\vartheta)}{\sqrt{\cos \psi_2}} \cdot \frac{e^{-jk \cdot \rho \cos \psi_2}}{\sqrt{\rho}}$$

Il termine  **$\cos \psi_2$**  è dovuto all'incidenza obliqua sul secondo spigolo, a causa della quale il numero d'onda trasverso allo spigolo è  **$k \cos \psi_2$** .

L'angolo di diffrazione  $\theta$  è misurato in un piano perpendicolare allo spigolo.

## Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli perpendicolari



**Figure 5-19** Rays used to describe the double diffraction of a spherical wave by a horizontal building edge and a vertical corner.

## Diffrazione da spigoli multipli: Due spigoli perpendicolari

Nella propagazione lungo il raggio diffratto, la variazione di fase è data da  $e^{-jk\rho}$ , che include la variazione di fase dovuta sia alla componente dello spostamento radiale dallo spigolo e sia alla componente parallela allo spigolo.

Il successivo spreading del raggio riduce l'ampiezza del fattore:

$$\sqrt{\frac{\Delta A_\rho}{\Delta A_r}} = \sqrt{\frac{\rho}{r \cdot \cos \psi_2} \cdot \frac{r_1}{r_1 + r}}$$

Tenendo conto dello spreading del raggio e della variazione di fase lungo il raggio, il campo dopo la doppia diffrazione vale:

$$E_D(r, \vartheta) = E_0(\vartheta_0, \phi_0) \cdot e^{-j\pi/2} \cdot \frac{D_1(\vartheta_1)}{\cos \psi_1} \cdot \frac{D_2(\vartheta)}{\cos \psi_2} \cdot \frac{e^{-jk \cdot (r_0 + r_1 + r)}}{\sqrt{r_0 r \cdot (r_0 + r_1) \cdot (r_1 + r)}}$$

A parte la differente dipendenza dalle distanze dei raggi, l'espressione è molto simile al caso di due spigoli verticali, nel senso che entrambe forniscono simili attenuazioni di tratta per gli stessi angoli di diffrazione.